

I Les Nombres Complexes

1) Révisions de Trigonométrie

- a) Le cercle et les relations trigonométriques.
- b) Les formules trigonométriques de calcul.

2) Les Complexes

- a) La représentation algébrique et trigonométrique des complexes.
- b) Conjugué. Module.
- c) Image et affixe d'un complexe.

3) La Notation Exponentielle

- a) $z = a + ib = \rho e^{i\theta}$
- b) Les Formules d'Euler et les linéarisations en Trigonométrie

4) Les Calculs avec les Complexes

- a) Les Racines carrées d'un complexe.
- b) Les Racines $n^{\text{ième}}$ d'un complexe.

5) Les Transformations Complexes

- a) $z \mapsto f(z) = z + v$ avec $v = x + iy \in \mathbb{C}$ Translation de vecteur d'affixe v
- b) $z \mapsto f(z) = \rho e^{i\theta} z$ Similitude de centre O , de rapport ρ et d'angle θ .

- c) $z \mapsto f(z) = az + b$

Similitude de centre Ω d'affixe $\frac{b}{1-a}$, de rapport $|a|$ et d'angle $\arg(a)$.

- d) $z \mapsto f(z) = \bar{z}$ Symétrie par rapport à l'axe des réels

- e) $z \mapsto f(z) = \frac{1}{z}$ Inversion complexe.

- f) Cas général : $z \mapsto f(z) = \frac{az + b}{cz + d} = \frac{a}{c} - \frac{\frac{bc-ad}{c}}{cz + d} = \frac{u}{cz + d} + v$ avec : $\begin{cases} u = \frac{bc-ad}{c} \\ v = \frac{a}{c} \end{cases}$

$$z \xrightarrow{\text{similitude}} z_1 = cz + d \xrightarrow{\text{inversion}} z_2 = \frac{1}{z_1} \xrightarrow{\text{similitude}} Z = f(z) = uz_2 + v$$

Exemples : $z \mapsto f(z) = \frac{iz + i}{z + i} = i + \frac{1+i}{z+i}$ $z \mapsto f(z) = \frac{(2+i)z + 5 - 2i}{iz + 2 + i} = 1 - 2i + \frac{1+i}{iz + 2 + i}$