

II Fonctions, Fonctions Réciproques

1) Existence de la fonction réciproque

a) Rappels sur la Continuité. Cas de discontinuité.

b) f est continue, strictement monotone sur l'intervalle $[a; b]$ elle est bijective et il existe une réciproque f^{-1} telle que : $f \circ f^{-1} = \text{id}_{[a; b]}$ $f^{-1} \circ f = \text{id}_{[f(a); f(b)]}$ et $(f^{-1})'(t) = \frac{1}{f'(f^{-1}(t))}$

c) La notation différentielle. Conversion des tables de dérivées en tables de différentielles.

d) Fonctions : $t \mapsto y = t^2$ et $t \mapsto y = \sqrt{t}$

e) Fonctions Logarithmes et Exponentielles

Les Logarithmes : $f(ab) = f(a) + f(b)$ et $\log_a(b) \times \log_b(c) = \log_a(c)$

Exemple : résoudre : $\log_t(2t) = \log_{2t}(t)$

Les Exponentielles : $y = e^t \Leftrightarrow t = \ln(y)$ et $a^b = e^{b \ln(a)}$

Exemple : résoudre : $t^{2t} = (2t)^t$

2) La fonction arccos

a) **Définition :** $\cos : [0; \pi] \rightarrow [-1; 1]$ et $\arccos : [-1; 1] \rightarrow [0; \pi]$

b) **Étude :** $d(\arccos(t)) = \frac{-dt}{\sqrt{1-t^2}}$

3) La fonction arcsin

a) **Définition :** $\sin : [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1; 1]$ et $\arcsin : [-1; 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

b) **Étude :** $d(\arcsin(t)) = \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$

c) **Propriétés :** $\arccos(t) = \arcsin(t) = \frac{\pi}{2}$ $\cos(\arccos(t)) = \sin(\arcsin(t)) = \sqrt{1-t^2}$

4) La fonction arctan

a) **Définition :** $\tan : [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ et $\arctan : \mathbb{R} \rightarrow [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

b) **Étude :** $d(\arctan(t)) = \frac{dt}{1+t^2}$

c) **Propriétés :** $\arctan\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{|t|}{t} \frac{\pi}{2} - \arctan(t)$

5) Exercices

$$t \mapsto \cos(\arccos(t)) \quad t \mapsto \sin(\arcsin(t)) \quad t \mapsto \tan(\arctan(t)) \quad t \mapsto \arcsin\left(2t\sqrt{1-t^2}\right)$$