TS 1 IRIS : Courbe paramétrée Sujet A

On veut construire la courbe définie par les équations paramétriques suivantes :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x(t) & = & 8\,t^3 - 15\,t^2 + 6\,t \\ \\ y(t) & = & 8\,t^3 - 9\,t^2 + 1 \end{array}\right. \qquad \text{avec :} \qquad t \in [\,0\,;\,1\,]$$

a) Calculer $x'(t)$ et $y'(t)$ les dérivées de $x(t)$ et $y(t)$.

b) Calculer et regrouper dans un tableau, les valeurs exactes de $x(t)$; $y(t)$; $x'(t)$ et $y'(t)$ pour les valeurs suivantes du paramètre t :

$$t = 0 \quad ; \quad t = \frac{1}{4} \quad ; \quad t = \frac{1}{2} \quad ; \quad t = \frac{3}{4} \quad ; \quad t = 1$$

c) Donner une forme factorisée les dérivées $x'(t)$ et $y'(t)$ et faire, pour chaque dérivée, une étude du signe sur l'intervalle $[\,0\,;1\,]$

On résumera tous les résultats obtenus dans un tableau des variations de x et de y .

d) Faire une représentation graphique soignée de la courbe dans un repère orthonormé du plan d'unité graphique 5 cm.

e) Placer sur la figure les tangentes à la courbe en chacun des points dont les coordonnées ont été calculées à la question b).

TS 1 IRIS : Courbe paramétrée Sujet B

On veut construire la courbe définie par les équations paramétriques suivantes :

$$\begin{cases} x(t) &= 9\,(t^2 - t^3) \\ y(t) &= 9\,(t^3 - 2\,t^2 + t) \end{cases} \qquad \text{avec :} \qquad t \in [\,0\,;\,1\,]$$

a) Calculer $x'(t)$ et $y'(t)$ les dérivées de $x(t)$ et $y(t)$.

b) Calculer et regrouper dans un tableau, les valeurs exactes de $x(t)$; $y(t)$; $x'(t)$ et $y'(t)$ pour les valeurs suivantes du paramètre t :

$$t = 0 \quad ; \qquad t = \frac{1}{3} \quad ; \qquad t = \frac{1}{2} \quad ; \qquad t = \frac{2}{3} \quad ; \qquad t = 1$$

c) Donner une forme factorisée les dérivées $x'(t)$ et $y'(t)$ et faire, pour chaque dérivée, une étude du signe sur l'intervalle $[\,0\,;1\,]$

On résumera tous les résultats obtenus dans un tableau des variations de x et de y .

d) Faire une représentation graphique soignée de la courbe dans un repère orthonormé du plan d'unité graphique 10 cm.

e) Placer sur la figure les tangentes à la courbe en chacun des points dont les coordonnées ont été calculées à la question b).

TS 1 IRIS : Courbe paramétrée A (Solution)

On veut construire la courbe définie par les équations paramétriques suivantes :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x(t) & = & 8\,t^3 - 15\,t^2 + 6\,t \\ \\ y(t) & = & 8\,t^3 - 9\,t^2 + 1 \end{array}\right. \qquad \text{avec :} \qquad t \in [\,0\,;\,1\,]$$

a) Calculer les dérivées de $x(t)$ et $y(t)$.

$$\boxed{\left\{\begin{array}{rcl} x'(t) & = & 24t^2 - 30t + 6 \\ \\ y'(t) & = & 24t^2 - 18t \end{array}\right.}$$

b) Calculer et regrouper dans un tableau, les valeurs exactes de $x(t)$; $y(t)$; $x'(t)$ et $y'(t)$ pour les valeurs suivantes du paramètre t :

$$t = 0 \quad ; \quad t = \frac{1}{4} \quad ; \quad t = \frac{1}{2} \quad ; \quad t = \frac{3}{4} \quad ; \quad t = 1$$

t	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
$x(t)$	0	$\frac{11}{16}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{9}{16}$	-1
$y(t)$	1	$\frac{9}{16}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{11}{16}$	0
$x'(t)$	6	0	-3	-3	0
$y'(t)$	0	-3	-3	0	6

c) Donner une forme factorisée les dérivées $x'(t)$ et $y'(t)$ et faire, pour chaque dérivée, une étude du signe sur l'intervalle $[\,0\,;1\,]$

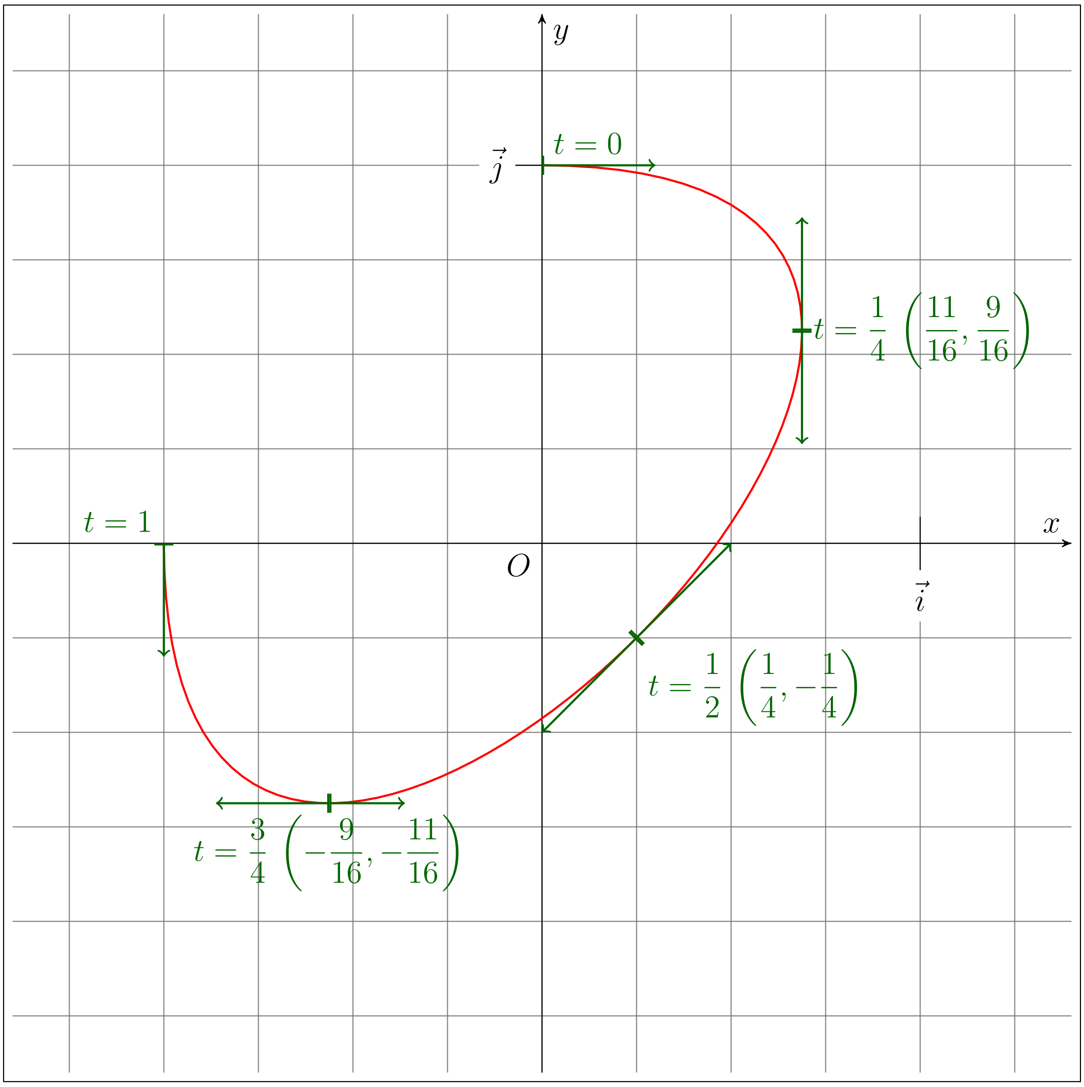
$$\boxed{\left\{\begin{array}{rcl} x'(t) & = & 6\,(t-1)\,(4t-1) \\ \\ y'(t) & = & 6\,t\,(4t-3) \end{array}\right.}$$

On résumera tous les résultats obtenus dans un tableau des variations de x et de y .

t	0		$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{4}$		1
$x(t)$	0	$\rightarrow$	$\frac{11}{16}$	$\leftarrow$	$-\frac{9}{16}$	$\leftarrow$	-1
$x'(t)$	$\vdots$	$+$	0	$-$	0	$-$	0
$y'(t)$	0	$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	$\vdots$
$y(t)$	1	$\downarrow$	$\frac{9}{16}$	$\downarrow$	$-\frac{11}{16}$	$\uparrow$	0
$\frac{y'(t)}{x'(t)}$	$\leftrightarrow$		$\updownarrow$		$\leftrightarrow$		$\updownarrow$

d) Faire une représentation graphique soignée de la courbe dans un repère orthonormé du plan d'unité graphique 5 cm.

e) Placer sur la figure les tangentes à la courbe en chacun des points dont les coordonnées ont été calculées à la question b).



TS 1 IRIS : Courbe paramétrée B (Solution)

On veut construire la courbe définie par les équations paramétriques suivantes :

$$\begin{cases} x(t) &= 9\,(t^2 - t^3) \\ y(t) &= 9\,(t^3 - 2\,t^2 + t) \end{cases} \qquad \text{avec :} \qquad t \in [\,0\,;\,1\,]$$

a) Calculer les dérivées de $x(t)$ et $y(t)$.

$$\boxed{\begin{cases} x'(t) &= 9\,(2t - 3t^2) \\ y'(t) &= 9\,(3t^2 - 4t + 1) \end{cases}}$$

b) Calculer et regrouper dans un tableau, les valeurs exactes de $x(t)$; $y(t)$; $x'(t)$ et $y'(t)$ pour les valeurs suivantes du paramètre t :

$$t = 0 \quad ; \quad t = \frac{1}{3} \quad ; \quad t = \frac{1}{2} \quad ; \quad t = \frac{2}{3} \quad ; \quad t = 1$$

t	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1
$x(t)$	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{4}{3}$	0
$y(t)$	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{2}{3}$	0
$x'(t)$	0	3	$\frac{9}{4}$	0	-9
$y'(t)$	9	0	$-\frac{9}{4}$	-3	0

c) Donner une forme factorisée les dérivées $x'(t)$ et $y'(t)$ et faire, pour chaque dérivée, une étude du signe sur l'intervalle $[\,0\,;1\,]$

$$\boxed{\begin{cases} x'(t) &= 9\,t\,(2 - 3\,t) \\ y'(t) &= 9\,(t-1)\,(3t-1) \end{cases}}$$

On résumera tous les résultats obtenus dans un tableau des variations de x et de y .

t	0		$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		1
$x(t)$	0	$\rightarrow$	$\frac{2}{3}$	$\rightarrow$	$\frac{4}{3}$	$\leftarrow$	0
$x'(t)$	0	$+$	$\vdots$	$+$	0	$-$	$\vdots$
$y'(t)$	$\vdots$	$+$	0	$-$	$\vdots$	$-$	0
$y(t)$	0	$\uparrow$	$\frac{4}{3}$	$\downarrow$	$\frac{2}{3}$	$\downarrow$	0
$\frac{y'(t)}{x'(t)}$	$\updownarrow$		$\leftrightarrow$		$\updownarrow$		$\leftrightarrow$

d) Faire une représentation graphique soignée de la courbe dans un repère orthonormé du plan d'unité graphique 10 cm.

e) Placer sur la figure les tangentes à la courbe en chacun des points dont les coordonnées ont été calculées à la question b).